Présentation

Principes

1

Une fonction $f(x)$ étant donnée par son expression explicite, le calcul de sa dérivée s'effectue en deux étapes (sauf si elle est très simple) : (1) décomposer l'expression en "blocs" permettant d'appliquer les formules générales ci-dessous, (2) calculer les dérivées de ces blocs intermédiaires en utilisant les dérivées de certaines fonctions élémentaires à connaître.

L'ensemble des formules générales et des dérivées des fonctions élémentaires constitue donc une véritable boîte à outils pour le calcul des dérivées.

Commentaires

2

1/ Le nombre de formules données ci-dessous est relativement petit. En se plaçant d'un point de vue strictement théorique, on pourrait le réduire encore. Par exemple, si on connaît la dérivée de x^n , on peut avoir l'impression qu'il est inutile d'apprendre la dérivée de x . Toutefois, les fonctions les plus simples sont rencontrées tellement souvent que l'expression de leur dérivée doit être un réflexe. Il faut donc absolument les savoir par cœur sans hésitation.

2/ Dans la suite, on note f, g, u, v, w les fonctions et toujours x la variable. Conformément à la coutume, la dérivée d'une fonction g est notée g' . **ATTENTION** : il faut toujours savoir par rapport à quelle variable on dérive ; l'apostrophe ' désigne dans cette fiche la dérivée par rapport à x , sauf dans un cas : voir la remarque importante sur la dérivée d'une fonction composée.

3/ Pour apprendre les formules, il faut les retenir sous forme compacte, mais il faut savoir ce que signifie la formule... Ainsi, K étant une constante (un nombre qui ne dépend pas de x), on apprendra la formule :

$$K' = 0$$

sachant que cela signifie :

$$f : x \mapsto f(x) = K ; \quad f' : x \mapsto f'(x) = 0 ,$$

la dérivée d'une fonction constante est la fonction nulle.

3

Formules générales

Les constantes, c'est simple !

$$[K.g]' = K.g'$$

1

L'addition additionne et la soustraction...

$$[u + v]' = u' + v' \text{ et, évidemment, } [u - v]' = u' - v'$$

La multiplication démultiplie :

$$[u.v]' = u'.v + u.v'$$

La division n'est pas sympathique

$$\left[\frac{u}{v}\right]' = \frac{u'.v - u.v'}{v^2}$$

Toutefois, on note que le dénominateur est élevé au carré, donc positif, et c'est bien commode pour l'étude du signe de la dérivée.

ATTENTION : ne pas se tromper de sens dans le numérateur : bien commencer par la dérivée du numérateur ($u'.v - \dots$)

La composition de fonction amplifie

$$[u \circ v]' = u'.v'$$

2

Remarque importante sur la dérivée d'une fonction composée

Par définition de la fonction composée, $u \circ v(x) = u[v(x)]$.

Donc la fonction u "ne voit pas" directement x , elle "voit" seulement v : x fait varier v , puis la variation de v fait varier u .

Autrement dit, c'est v qui est la variable de u ; de ce fait, **ici** :

u' est la dérivée de u par rapport à v .

Dérivées de certaines fonctions élémentaires à connaître

Puissances

$$K' = 0 \quad (\text{rappel } x^0=1)$$

$$(x)' = 1 \quad (\text{c'est } (x^1)' = 1.x^{1-1} = 1)$$

$$[x^n]' = n.x^{n-1} \quad \text{valable pour } n \text{ non nul}$$

Racine

$$[\sqrt{x}]' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (\text{note : } \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}} ; \sqrt{x}' = \frac{1}{2}x^{-1/2} = \frac{1}{2} \frac{1}{x^{1/2}})$$

3

Lignes trigonométriques

$$[\sin x]' = \cos x$$

$$[\cos x]' = -\sin x \quad (\text{ATTENTION au SIGNE})$$