

FICHE METHODE
Résoudre un exercice de physique ou de maths

Problème à résoudre

1

Énoncé

Interpréter l'énoncé d'un exercice, trouver et effectuer la démarche conduisant à la solution demandée.

Commentaires

1/ La méthode décrite ici est inutile lorsque l'exercice consiste à appliquer directement une méthode spécifique comme "écrire une équation d'oxydoréduction", par exemple. Elle est par contre intéressante dans les cas où la marche à suivre n'est pas prescrite ni évidente.

2/ Pour trouver la solution d'un exercice, il y a plusieurs difficultés à surmonter : comprendre l'énoncé (c'est à dire savoir y reconnaître les données utiles), trouver les étapes à accomplir (c'est-à-dire l'enchaînement d'applications de connaissances du cours – formules, théorèmes – menant au but) et les effectuer (c'est-à-dire dérouler les calculs ou raisonnements nécessaires).

Méthode

2

Idée de la méthode

Chaque difficulté doit être isolée pour être traitée. La démarche est donc progressive : interprétation de l'énoncé $\Rightarrow$ recherche des étapes $\Rightarrow$ déroulement de la résolution $\Rightarrow$ expression de la solution.

Description de la méthode

La méthode de résolution d'exercice comporte trois grandes étapes:

1) Analyse de l'énoncé : trouver le départ et l'arrivée

Cette étape fondamentale a pour but de traduire l'énoncé sous une forme claire. Elle doit en extraire deux ensembles d'éléments :

- le **point de départ** de la résolution, c'est-à-dire toutes les données initiales fournies par l'énoncé : **les hypothèses** ;
- le **point d'arrivée**, c'est-à-dire une formulation explicite de la solution à atteindre : la **conclusion** cherchée.

Cette étape permet de s'approprier l'énoncé. Elle doit être bien faite, pour qu'il ne soit plus nécessaire de regarder l'énoncé.

En pratique, la feuille est divisée horizontalement en deux sections pour inscrire les hypothèses et la conclusion.

2) Recherche de la démarche : élaborer la feuille de route

De même qu'on ne prend pas la route pour une destination inconnue sans avoir déterminé son chemin à l'aide de la carte, il faut éviter de se lancer dans les calculs sans avoir une idée des étapes à franchir. C'est souvent la difficulté principale de la résolution, qui tient au fait que la "carte" n'est pas figée : elle est en fait constituée par

3

l'ensemble du cours dont il faut exploiter la connaissance pour trouver le fil d'Ariane du chemin à suivre.

Cette étape consiste donc à imaginer la **feuille de route** qui va conduire du point de départ au point d'arrivée en un petit nombre d'étapes aussi simples que possible.

Il n'y a malheureusement pas de "recette miracle" pour effectuer cette étape essentielle mais les conseils suivants peuvent être utiles :

- connaître le cours et le considérer comme une boîte à outils fournissant les formules et théorèmes utiles;
- étudier les données de la case "hypothèses" pour déterminer quelles sont les grandeurs qui gouvernent le phénomène ou la configuration objet de l'exercice;
- étudier aussi la case "conclusion" pour déterminer les relations qui peuvent exister avec les hypothèses : pour déterminer la route, il est souvent utile de déterminer la direction générale du chemin en regardant la situation du point d'arrivée par rapport au point de départ;
- expliciter les étapes imaginées : la fin de l'une est le début de la suivante ; réserver une section de la feuille à la "feuille de route".

3) Mettre en œuvre la démarche : parcourir le chemin

C'est la démonstration (en maths) ou la résolution (en physique) proprement dite, qui **parcourt les étapes** et c'est souvent la partie la plus facile. Il faut effectuer les raisonnements avec rigueur (ceci suppose de connaître son cours et de ne pas être approximatif) et faire les calculs sans se tromper (procéder méthodiquement, écrire proprement). En physique, on peut parfois vérifier les ordres de grandeur et il faut *toujours* vérifier les unités du résultat. En maths, relire son calcul ne suffit en général pas pour trouver les erreurs : il faut réellement le refaire dans sa tête ou au brouillon en cas de doute.

4) Exprimer le résultat

C'est une formalité permettant de bien mettre en évidence le but atteint. Cela peut souvent se résumer à encadrer le résultat obtenu mais il faut parfois rédiger un peu pour bien l'expliquer ou pour le commenter.

Au total, la feuille de travail se présente donc comme ci-dessous.

<u>Hypothèses</u>	<u>Conclusion</u>
Données initiales	Résultat cherché
<u>Feuille de route</u>	
Etape 1	
Etape 2	
<u>Démonstration (maths) ou résolution (physique)</u>	
Déroulement de l'étape 1, puis de l'étape 2, ...	
<u>Résultat</u>	
Le résultat, éventuellement expliqué ou commenté.	

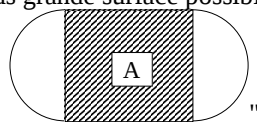
Seule la démonstration (ou résolution) et le résultat sont rédigés au propre.

Exemple d'application (maths)

Données

L'énoncé à résoudre est le suivant :

"La piste ovale qui fait le tour du stade ci-dessous doit avoir la longueur $L = 400$ m. Optimiser les dimensions du stade pour donner la plus grande surface possible au rectangle central hachuré.



Résolution

Hypothèses

Stade = rectangle + 2 demi-disques
 $L = 400$ m, périmètre imposé

Conclusion

Dimensions du stade telles que
 l'aire hachurée A soit maximale.

Feuille de route

1/ Expliciter l'hypothèse $L = 400$ m pour la rendre exploitable : on voit que si l'on fixe la largeur du stade, alors les deux demi-cercles voient leur dimension fixée par leur diamètre et que la longueur du rectangle hachurée est donc imposée pour arriver à réaliser $L = 400$ m. A cause de cette hypothèse, la figure ne dépend finalement que d'un seul paramètre : la largeur x inconnue du stade.

2/ En conséquence, l'aire A est aussi fonction seulement de x . La deuxième étape sera d'exprimer cette fonction.

3/ Il reste à déterminer la valeur de x qui rend A maximale : ceci peut être fait en cherchant les valeurs de x qui annulent la dérivée de A par rapport à x .

4/ Une fois que x est connue, les autres dimensions du stade s'en déduisent.

Démonstration

1/ Notons x la largeur du stade, X la longueur du rectangle hachuré.

La piste ovale a pour longueur le périmètre d'un cercle de diamètre x augmenté des deux longueurs X de l'aire hachurée :

$L = \pi x + 2X$; imposer L égale à 400 m implique que X dépend de x à cause de la contrainte $\pi x + 2X = 400$ m ; par conséquent, X est fonction de x : $2X(x) = 400 \text{ m} - \pi x$ soit : $X(x) = 200 \text{ m} - \frac{\pi}{2} x$.

Cette égalité est une traduction de l'hypothèse.

2/ L'aire hachurée est la surface du rectangle $A(x) = x \cdot X(x)$ soit :

$$A(x) = x \left(200 \text{ m} - \frac{\pi}{2} x \right).$$

L'aire est donc un trinôme du second degré en fonction de x .

Remarque : si on se rappelle le cours sur les paraboles, on peut conclure tout de suite que celle-ci a son maximum à mi chemin entre ses racines qui sont :

1

$x' = 0$ et $x'' = 2 \frac{200m}{\pi} = \frac{400}{\pi} m$ et donc que $A(x)$ est maximum pour

$x = \frac{200}{\pi} m$. Sinon, on passe à l'étape suivante pour utiliser la dérivée.

3/ Pour dériver la fonction A , il est plus commode de développer :

$$A(x) = 200m \cdot x - \frac{\pi}{2} x^2 \text{ d'où } A'(x) = 200m - \pi x.$$

La dérivée est nulle pour $200m = \pi x$ soit $x = \frac{200}{\pi} m$.

Le signe du terme en x^2 du trinôme est négatif donc la valeur de x qui annule la dérivée correspond nécessairement à un maximum.

Résultat

La largeur optimale du stade est $x = (200/\pi) m$.

Pour cette largeur, la longueur du rectangle central est :

$$X\left(\frac{200}{\pi} m\right) = 200m - \frac{\pi}{2} \frac{200}{\pi} m = 200m - 100m = 100m.$$

La surface maximale possible est donc

$$A_{\max} = 100 \cdot 200/\pi \text{ m}^2 = (20\,000/\pi) \text{ m}^2.$$

La longueur totale du stade est :

$$X + x = (100 + 200/\pi) m = 100 (\pi + 2)/\pi m.$$

2

Exemple d'application (physique)

Données

L'énoncé à résoudre est le suivant :

"Un skieur de masse $m=80$ kg se lance sur une piste droite faisant l'angle $\alpha=30^\circ$ avec l'horizontale. L'air oppose une force de résistance $f = kv^2$ proportionnelle au carré de la vitesse v du skieur et opposée à son mouvement, avec $k=0,25 \text{ Nm}^{-2} \cdot \text{s}^2$, et le frottement des skis sur la neige est négligeable.

Montrer que le mouvement du skieur comporte deux phases et calculer sa vitesse limite".

Résolution

Hypothèses

Masse du skieur : $m = 80$ kg

Pente : $\alpha=30^\circ$

Seul frottement : $f = kv^2$ avec

$k = 0,25 \text{ Nm}^{-2} \cdot \text{s}^2$

Pesanteur $g = 9,81 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Conclusion

Existence de deux phases dans le mouvement.

Vitesse limite $V_{\lim}$ du skieur.

3

Feuille de route

1/ Le mouvement du centre d'inertie du skieur résulte des forces appliquées ; il faut donc commencer par faire le bilan de celles-ci

pour connaître leur résultante.

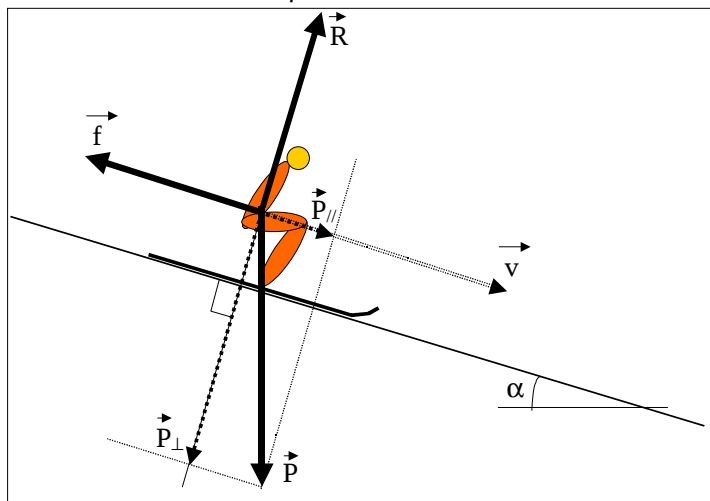
2/ Appliquer les lois de Newton pour caractériser la vitesse du skieur.

3/ En demandant la "vitesse limite", l'énoncé indique que la vitesse atteint une limite donc devient constante. Ceci veut dire que, dans la direction du mouvement, la force motrice (composante du poids) et la force résistante (en v^2) s'annulent alors ; comme le poids est connu, cela va fournir une équation pour v et permettre de la calculer.

Résolution

1/ Bilan des forces

Le skieur subit son poids $P = mg$ vertical descendant, la réaction de la piste R , perpendiculaire à la piste puisque les skis ne frottent pas, et la résistance de l'air $f = kv^2$ opposée à sa vitesse.



Comme les skis ne frottent pas, la réaction R du sol sur le skieur est simplement l'opposée de la composante du poids orthogonale à la piste $P_{\perp}$. Ces deux forces s'annulent donc.

La résultante $\vec{F}$ des forces sur le skieur est donc la somme de la résistance de l'air $\vec{f}$ et de la composante du poids parallèle à la piste $\vec{P}_{//}$ qui est aussi parallèle à la vitesse et donc à la résistance de l'air.

La *force totale* exercée dans la direction et dans le sens de la vitesse a alors pour mesure algébrique : $F = mg \sin(\alpha) - kv^2$.

2/ Quand la vitesse v du skieur est encore petite, cette force est positive. La deuxième loi de Newton indique alors que la vitesse v du centre d'inertie du skieur augmente.

1

A force d'augmenter, un moment arrive où kv^2 devient aussi grand que $m.g.\sin(\alpha)$; la force F devient alors nulle et le mouvement du skieur se stabilise à vitesse constante, d'après la première loi de Newton.

3/ Cette vitesse limite vérifie $F = 0 = mg \sin(\alpha) - kv^2$ donc

$$mg \sin(\alpha) = kv_{\text{lim}}^2 \text{ d'où } v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{mg \sin(\alpha)}{k}}.$$

Résultat

Les lois de Newton induisent donc deux phases:

- une phase d'accélération,

. une phase à vitesse constante : $v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{mg \sin(\alpha)}{k}}$ soit,

numériquement

$$v_{\text{lim}} = \sqrt{\frac{80.9,81.\sin(30^\circ)}{0,25}} = 39,6m.s^{-1} = 142,6km.h^{-1}.$$

2

3